

УДК 620.3:537.311

doi: 10.21685/2072-3040-2023-1-10

Квантово-размерные изоляторы**Р. А. Браже**

Ульяновский государственный технический университет, Ульяновск, Россия

brazhe@ulstu.ru

Аннотация. *Актуальность и цели.* Управляемые фазовые переходы типа «металл – изолятор», обусловленные какой-либо формой локализации свободных носителей заряда в ограниченной области пространства, представляют значительный интерес с точки зрения возможностей создания различных переключателей, реле, логических элементов и других электронных компонентов. Цель настоящей работы – исследовать возможности квантово-размерного перехода металлических графеновых нанолент и углеродных нанотрубок в обычные (не топологические) двумерные изоляторы, не имеющие краевых состояний электропроводности. *Материалы и методы.* Объектами исследования являлись графеновые наноленты с краями типа «зигзаг» и углеродные нанотрубки с торцами типа «кресло», обладающие металлическими свойствами. В работе использовались известные аналитические методы квантовой физики и зонной теории твердого тела применительно к наномасштабным 2D-кристаллическим структурам. *Результаты.* Показано, что фазовый переход указанных нанопроводников в изоляторы наблюдается при их поперечных размерах, меньших некоторого критического значения. При температурах, близких к комнатной, для графеновой наноленты это значение составляет ~5,0 нм, а для углеродной нанотрубки ~3,2 нм. *Выводы.* Возможность ультразвуковых графеновых нанолент с краями типа «зигзаг» переходить в состояние квантово-размерного полупроводника и даже диэлектрика позволяет создать совершенно новый класс сверхминиатюрных, быстродействующих устройств для наноэлектроники, нанофотоники и нанокompьютинга. Работая в режиме баллистических токов при комнатной температуре, они не будут требовать охлаждения, зато будут отличаться низким энергопотреблением, возможностью легко интегрироваться в двумерные электронные схемы с большой плотностью компоновки.

Ключевые слова: графен, углеродная нанотрубка, квантово-размерные эффекты, металл, полупроводник, диэлектрик

Для цитирования: Браже Р. А. Квантово-размерные изоляторы // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2023. № 1. С. 115–127. doi: 10.21685/2072-3040-2023-1-10

Quantum-dimensional insulators**R.A. Brazhe**

Ulyanovsk State Technical University, Ulyanovsk, Russia

brazhe@ulstu.ru

Abstract. *Background.* Controlled phase transitions of the metal – insulator type, caused by some form of localization of free charge carriers in a limited area of space, are of considerable interest from the point of view of the possibilities of creating various switches, relays, logic elements and other electronic components. The purpose of the work is to study the

possibilities of quantum-dimensional transition of metallic graphene nanoribbons and carbon nanotubes into ordinary (non-topological) two-dimensional insulators that do not have edge states of electrical conductivity. *Materials and methods.* The objects of the study were “zigzag” graphene nanoribbons and “armchair” carbon nanotubes having metallic properties. The work used well-known analytical methods of quantum physics and the band theory of a solid state in relation to nanoscale 2D crystal structures. *Results.* It is shown that the phase transition of these nanoconductors into insulators is observed when their transverse dimensions are smaller than a certain critical value. At temperatures close to room temperature, this value is 5.0 nm for graphene nanoribbon, and 3.2 nm for carbon nanotube. *Conclusions.* The ability of ultra-narrow “zigzag” graphene nanoribbons to transition into the state of a quantum-dimensional semiconductor and even a dielectric makes it possible to create a completely new class of superminiature, high-speed devices for nanoelectronics, nanophotonics and nanocomputing. Operating in the ballistic current mode at room temperature, they will not require cooling, but they will differ in low power consumption, the ability to easily integrate into two-dimensional electronic circuits with a high density of layout.

Keywords: graphene, carbon nanotube, quantum-dimensional effects, metal, semiconductor, dielectric

For citation: Brazhe R.A. Quantum-dimensional insulators. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Fiziko-matematicheskie nauki* = *University proceedings. Volga region. Physical and mathematical sciences*. 2023;(1):115–127. (In Russ.). doi: 10.21685/2072-3040-2023-1-10

Введение

Известны следующие типы кристаллических изоляторов: зонные, изоляторы с коррелированной локализацией электронов, андерсоновские изоляторы и топологические изоляторы.

Наиболее простыми с точки зрения понимания процессов плохой электропроводности (в полупроводниках) или ее полного отсутствия (в диэлектриках) являются *зонные изоляторы*. Это твердые тела, имеющие в своем энергетическом спектре *запрещенную зону*, отделяющую валентные электроны, находящиеся в валентной зоне, от свободных электронов, находящихся в зоне проводимости [1]. Условной границей, разделяющей изоляторы на полупроводники и диэлектрики, является ширина запрещенной зоны около 4–5 эВ, начиная с которой электроны не способны оторваться от своих атомов и стать свободными даже при температурах, достигающих температуры плавления материала.

В *изоляторах с коррелированной локализацией электронов* «диэлектризация» кристалла с незаполненной электронами валентной зоной (т.е. с точки зрения зонной теории – металла) происходит в результате коллективной локализации свободных электронов и ограничения их участия в переносе заряда под действием приложенного внешнего электрического поля. К таким изоляторам относятся *изоляторы Мотта* [2], а также изоляторы, в которых локализация электронов обусловлена возникновением в газе свободных электронов стоячих *волн зарядовой плотности*, открытых в металлах Р. Пайерлсом [3] в 1930 г., или стоячих *волн спиновой плотности*, обнаруженных А. Оверхаузером [4] в 1962 г.

Андерсоновские изоляторы также обязаны своими свойствами пространственной изоляции электронов, однако не в виде коррелированной периодической структуры, а в сильно разупорядоченных средах [5, 6]. Хаотиче-

ски расположенные островки локализации электронов в металле приводят к появлению в зоне проводимости энергетических «псевдощелей» и прерыванию как дрейфового, так и диффузионного транспорта заряда.

Топологические изоляторы – это твердые тела, являющиеся изоляторами внутри и металлами снаружи [7]. Их внутренняя «диэлектризация» достигается локализацией свободных носителей заряда в двумерной или трехмерной квантовой яме. В результате возникает запрещенная зона. Поверхностные электроны остаются нелокализованными и обуславливают металлические свойства. Они могут участвовать как в баллистическом, так и в диффузионном транспорте электрического заряда.

Важной особенностью краевых токов в топологических изоляторах является жесткая связь между спином и импульсом участвующих в них электронов: по каждому краю протекают два параллельных встречных тока с противоположной ориентацией электронных спинов. Такое возможно в случае материалов, содержащих тяжелые атомы, в которых электроны обладают сильным спин-орбитальным взаимодействием. Поэтому в большинстве экспериментальных работ по топологическим изоляторам используются теллуриды и селениды висмута или ртути, хотя основополагающие теоретические работы Ч. Кейна и Ю. Меле [8, 9], приведшие к их открытию, были связаны с графеном.

Отметим, что во всех рассмотренных выше типах изоляторов, кроме зонных, имеет место фазовый переход «металл – изолятор», связанный с какой-либо формой локализации свободных электронов в ограниченной области пространства. Управление этим процессом открывает заманчивые возможности создания различного рода переключателей, реле, логических элементов и других электронных компонентов. Особый интерес представляют подобные устройства на топологических изоляторах, имеющих наномасштабные размеры и работающих в режиме баллистических краевых токов, когда отсутствуют тепловые потери энергии.

Однако широкое практическое применение таких устройств пока представляется проблематичным ввиду того, что интересующие нас краевые токи экспериментально наблюдались в топологических изоляторах на основе HgTe-квантовых ям [10–14] при сверхнизких температурах (0,2–10 К) и зачастую в сильных магнитных полях (до 15 Тл). Такие топологические изоляторы принято называть квантовыми спиновыми изоляторами Холла.

Цель настоящей работы – исследовать возможности квантово-размерного перехода металлических графеновых нанолент и углеродных нанотрубок в обычные (не топологические) двумерные изоляторы, не имеющие краевых состояний электропроводности. Управляемые поперечными размерами, температурой, близкой к комнатной, и затворным напряжением, такие металл/изоляторы могли бы решать те же задачи, что и топологические изоляторы, но гораздо проще.

Материалы и методы

Объектами исследования являлись графеновые наноленты (ГНЛ) с краями типа «зигзаг» и углеродные нанотрубки (УНТ) с торцами типа «кресло» (рис. 1).

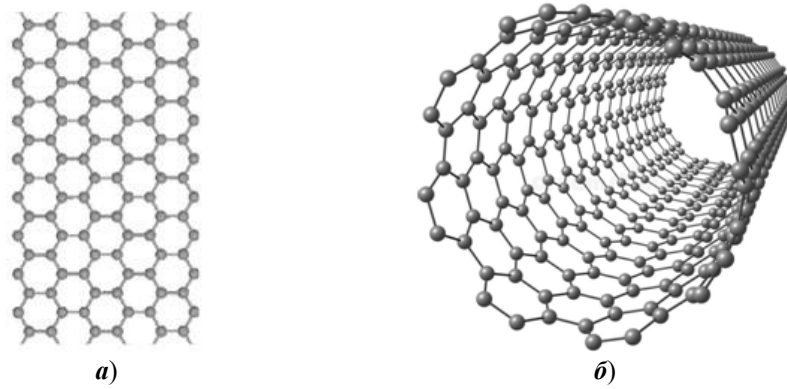


Рис. 1. Исследуемые наноленты (а) и нанотрубки (б)

Выбор именно таких ГНЛ и УНТ вызван тем, что они заведомо обладают металлическими свойствами [15, 16] и, следовательно, именно в них предполагается обнаружить переход в состояние изолятора, в том числе диэлектрика. Этот переход должен происходить за счет локализации свободных носителей заряда в прямоугольной (в случае ГНЛ) или цилиндрической (в случае УНТ) потенциальной (квантовой) яме.

Разумеется, ни ширина W наноленты, ни диаметр d нанотрубки не могут быть произвольными. Для их выбранной ориентации

$$W = ml_{C-C}, \quad (1)$$

$$d = \frac{3m}{\pi} l_{C-C}, \quad (2)$$

где m – целое число, причем для ГНЛ $m \geq 2$, а для УНТ кресельного типа это ее индекс хиральности; l_{C-C} – длина межатомной связи (в нашем случае $l_{C-C} = 0,142$ нм).

Предполагается также, что длина рассматриваемых нанопроводников не превышает их баллистической длины: $L \leq L_b$ (для ГНЛ и УНТ $L_b \sim 1$ мкм), а их поперечные размеры не превышают 100 нм.

В работе использовались известные представления квантовой физики о волнах де Бройля, энергетических состояниях частицы в потенциальной яме и принципе запрета Паули, а также элементы зонной теории твердого тела и квантовой теории электропроводности двумерного электронного газа.

Результаты и обсуждение

Влияние квантово-размерных эффектов на электропроводность нанопроводников. Из квантовой теории однонаправленного транспорта электронов в двумерном электронном газе Р. Ландауэром было получено выражение для кванта электропроводности [17]:

$$\sigma_{20} = \frac{e^2}{h}, \quad (3)$$

где e – элементарный заряд; h – постоянная Планка.

Величина σ_{20} обратно пропорциональна сопротивлению фон Клитцинга $R_K \approx 25,8128$ кОм, известному из теории квантового эффекта Холла [18]. Отметим, что выражение (3) обусловлено исключительно квантово-размерными эффектами и может быть легко выведено из теории явлений переноса в двумерном электронном газе путем введения дополнительного условия. Это условие состоит в том, что на ширине наноленты должно укладываться целое число электронных полувольт де Бройля, а на длине окружности поперечного сечения нанотрубки – целое число длин волн де Бройля [19]:

$$W = M(E_F) \frac{\lambda_B}{2} = M(E_F) \frac{h}{2m^* v_F}, \quad (4)$$

$$\pi d = M(E_F) \lambda_B = M(E_F) \frac{h}{m^* v_F}, \quad (5)$$

где $M(E_F)$ – число каналов электропроводности, зависящее от энергии Ферми E_F электронов; λ_B – длина волны де Бройля; m^* – эффективная масса электрона; v_F – его скорость Ферми.

Полагая $\lambda_B = 2\pi / k_F$, где k_F – волновое число Ферми, из (5) можно найти число квантовых каналов электропроводности для ГНЛ и УНТ: $M(E_F) = W k_F / \pi$ и $M(E_F) = \pi d k_F / 2$. Тогда двумерная удельная проводимость этих нанопроводников будет

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_{20} k_F}{\pi}, \quad (6)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_{20} k_F}{2} \pi d, \quad (7)$$

а их двумерное сопротивление:

$$R_2 = \frac{1}{\sigma_2} \frac{L}{W} = \frac{1}{\sigma_{20}} \frac{\pi L}{k_F W^2} - \quad (8)$$

для наноленты,

$$R_2 = \frac{1}{\sigma_2} \frac{L}{2\pi d} = \frac{1}{\sigma_{20}} \frac{L}{k_F (\pi d)^2} - \quad (9)$$

для нанотрубки.

Из (6)–(9) следует, что даже в случае баллистического транспорта носителей заряда, когда их рассеяние на фононах отсутствует, электропроводность нанопроводников не становится бесконечно большой, и их сопротивление не обращается нуль. Наличие этого сопротивления, однако, не приводит к выделению тепла Джоуля – Ленца и нагреванию проводников, а имеет чисто квантовую природу.

С уменьшением ширины ГНЛ W и диаметра УНТ d их электропроводность уменьшается, а сопротивление возрастает, но не до нуля и бесконечно-

сти соответственно, как это следует из (6), (7) и (8), (9), а до некоторых критических значений, определяемых выражениями

$$W_c = \frac{\lambda_B}{2} = \frac{\pi}{k_F}, \quad (10)$$

$$d_c = \frac{\lambda_B}{2} = \frac{2}{k_F}. \quad (11)$$

По достижении этих критических поперечных размеров наступает фазовый переход нанопроводника в изолятор. С формальной точки зрения это означает, что ширина наноленты оказывается меньше половины волны де Бройля носителя заряда, а периметр поперечного сечения нанотрубки меньше длины этой волны. С физической точки зрения это означает, что носители заряда настолько «заперты» в квантовой яме (конфайнмент), что ни энергии тепловых флуктуаций, ни энергии затворного электрического поля не хватает, чтобы они могли достигнуть даже самого низкого разрешенного состояния.

Влияние температуры и затворного напряжения на критические размеры нанопроводников. Волновое число Ферми k_F в (10), (11) можно выразить через концентрацию свободных носителей заряда: $k_F = \sqrt{4\pi n_2 / (g_s g_v)}$. Тогда значения W_c и d_c будут определяться способом генерации носителей.

Термическая генерация. Для случая термической генерации свободных носителей заряда в графеноподобных материалах (ГНЛ и УНТ) их энергетические спектры изображены на рис. 2.

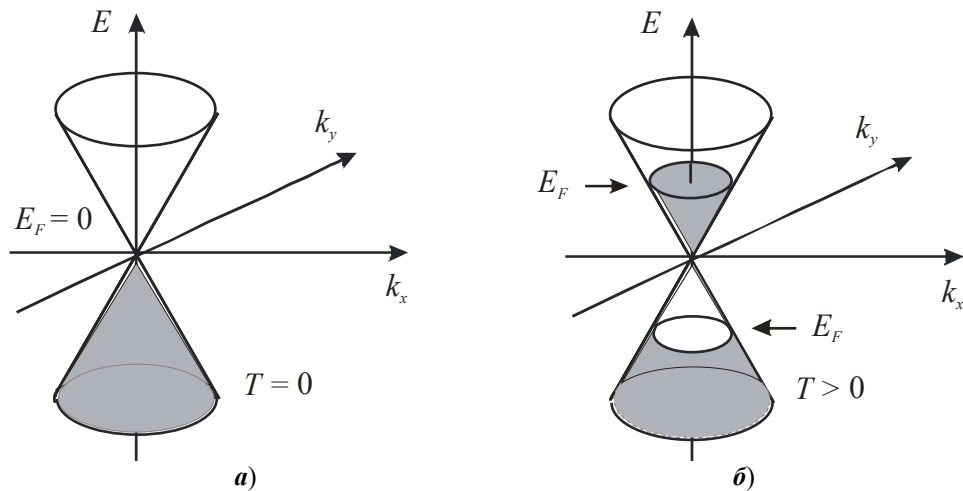


Рис. 2. Дисперсия носителей заряда в графене: при температуре, равной абсолютному нулю (а), и при температуре $T > 0$ (б)

В этом случае имеются свободные носители заряда двух типов: электроны в зоне проводимости и дырки в валентной зоне. Концентрация тех и других одинакова и находится по формуле [20]:

$$n_2 = p_2 = g_s g_v \frac{\pi}{24} \left(\frac{k_B T}{\hbar v_F} \right)^2, \quad (12)$$

где k_B – постоянная Больцмана.

Подставляя (11) в выражение для k_F , а затем в (10), (11), получаем для W_c и d_c следующие формулы:

$$W_c = \sqrt{6} \frac{\hbar v_F}{k_B T}, \quad (13)$$

$$d_c = \frac{2\sqrt{6}}{\pi} \frac{\hbar v_F}{k_B T}. \quad (14)$$

Генерация затворным напряжением. Этот способ пригоден лишь для графеновых нанолент Gr, выращенных на диэлектрическом подслое D, с обратной стороны которого находится металлический электрод M (рис. 3,а). Затворное напряжение прикладывается между ГНЛ и металлическим электродом.

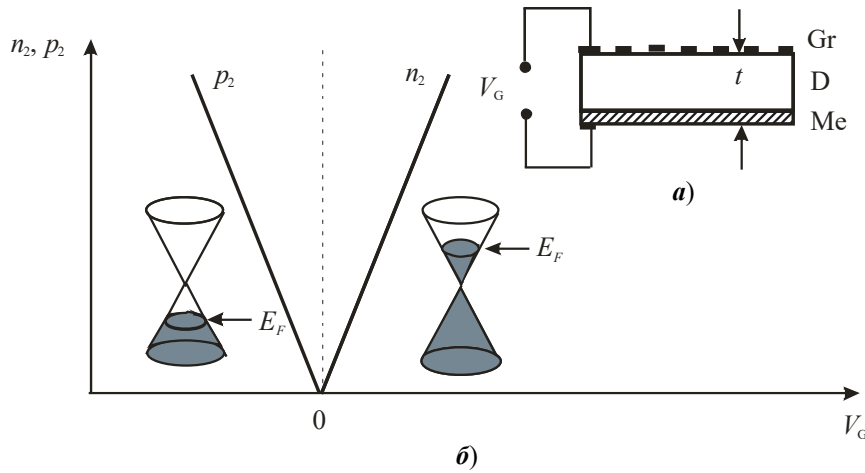


Рис. 3. Схема приложения затворного напряжения к ГНЛ (а) и зависимость концентрации электронов и дырок от величины и полярности затворного напряжения (б)

Такой способ приводит к генерации свободных носителей заряда только одного знака, концентрация которых [21] равна:

$$n_2(p_2) = \pm \epsilon_0 \epsilon_r \frac{V_G}{et}, \quad (15)$$

где ϵ_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума; ϵ_r – относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика; t – толщина. Знаки «плюс» и «минус» относятся к полярности приложенного затворного напряжения и соответствуют концентрациям электронов и дырок в формуле (15). Подставляя ее в выражение для k_F , а затем в (10), находим критическое значение ширины ГНЛ, при которой она превращается в изолятор:

$$W_c = \left(\frac{\pi g_s g_v e t}{4 \epsilon_0 \epsilon_r V_G} \right)^{1/2} = \left(\frac{\pi e}{\epsilon_0 \epsilon_r E_G} \right)^{1/2}, \quad (16)$$

где $E_G = V_G / t$ – напряженность затворного электрического поля.

Численные оценки. При температуре $T = 300$ К в графеновых системах согласно (11) двумерная концентрация электронов и дырок $n_2 = p_2 = 1,3 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-2}$. Это согласно (12), (13) дает критические значения ширины ГНЛ и диаметра УНТ, при которых они превращаются в квантово-размерный изолятор, соответственно равные $W_c = 5,0$ нм и $d_c = 3,2$ нм. Это, в свою очередь, означает, что ГНЛ с зигзагообразными краями, на ширине которой укладывается 34 длины связи между атомами углерода, и УНТ кресельного типа с хиральностью (23, 23) при комнатной температуре должны быть, как минимум, полупроводниками.

Методом амбиполярного допирования затворным напряжением удалось достичь двумерной концентрации носителей заряда одного знака $n_2(p_2) = 7,2 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-2}$ [21], что соответствует согласно (15) критической ширине ГНЛ $W_c = 6,6$ нм при использовании в качестве диэлектрического подслоя диоксида кремния (SiO_2).

Если при некоторой фиксированной температуре к рассматриваемой ГНЛ шириной $W < W_c$, когда она является изолятором, приложить затворное напряжение в положительной полярности, то, в соответствии с рис. 3,б, увеличится концентрация электронов в зоне проводимости. Это приведет к увеличению волнового числа Ферми и, согласно (10), к уменьшению требуемого значения W_c , т.е. ширина наноленты станет «закритической», и ее электронная проводимость увеличится. Точно так же увеличится и дырочная проводимость при приложении к наноленте отрицательного затворного напряжения.

Достоверность полученных результатов подтверждается работой [22], в которой ГНЛ с краями типа «зигзаг» шириной $2,0 \pm 0,5$ нм использовались в полевом транзисторе при комнатной температуре и показали отношения токов в открытом и запертом состоянии $\sim 10^6$. Авторы специально подчеркивают, что наноленты проявляли полупроводниковые свойства.

Попробуем оценить ширину энергетической щели, отделяющей первый разрешенный уровень энергии от точки соприкосновения зоны проводимости и валентной зоны (точки Дирака) в наноленте из [22]. Эффективная масса электрона в графене при комнатной температуре, когда $n_2 = 1,3 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-2}$, равна

$$m^* = \frac{\hbar k_F}{v_F} = \frac{\hbar}{v_F} \sqrt{\pi n_2} \approx 2,7 \cdot 10^{-31} \text{ кг}.$$

Ширина энергетической щели [15] $E_g = E_1 = \pi^2 \hbar^2 / (2m^* W^2)$ при $W = 1,5$ нм равна $E_g \approx 0,56$ эВ.

Для нас, конечно, более интересным является вопрос: при какой ширине металлической ГНЛ она станет квантово-размерным диэлектриком? Для

этого необходимо, чтобы E_g была на порядок больше, а это означает, что требуемая ширина наноленты должна составлять около 0,5 нм, т.е. она должна содержать всего два ряда гексагонов из атомов углерода. В работе [23] был предложен химический метод получения ультразвуковых ГНЛ, в частности, использованный в [22]. Возможно, его развитие поможет решить эту проблему.

Теперь попробуем найти диаметр УНТ кресельного типа, при котором она становилась бы диэлектрической. Ширина энергетической щели в этом случае определяется формулой $E_g = \hbar^2 / (2m^* d^2)$. Полагая ее равной 5 эВ, найдем $d \approx 0,16$ нм, что согласно (2) соответствует $m = 1$. Такой нанотрубки попросту не может быть. Следовательно, металлическая УНТ при уменьшении ее диаметра может быть полупроводниковой при $d < 3,2$ нм, но никогда не станет диэлектрической.

Итак, размерное квантование свободных носителей заряда в представляющих собой квантовые ямы металлических нанолентах и нанотрубках может превратить их в полупроводниковые, а в случае ультразвуковых ГНЛ даже в диэлектрические. Остается, однако, такой вопрос: а как же быть с сообщениями авторов работ [24–27] о металлических одномерных цепочках из атомов Bi, Tl, Pb, Ag, Au, Pt?

По поводу теоретических работ [24–26] группы М. Спрингборга (Германия) можно сказать следующее. Используемая авторами DFT-процедура расчетов использует вместо многоэлектронной волновой функции электронную плотность, в которой волновые свойства электронов и, следовательно, их пространственное квантование не учитываются. Кроме того, полученные результаты в значительной степени зависят от выбора вида потенциала, задаваемого электрическим полем атомных ядер. Поэтому характерным недостатком метода DFT является невозможность оценить погрешности расчета, не сравнивая его результат с результатами, полученными на основе других подходов или экспериментальным путем. Далее, авторы рассчитали длины межатомных связей в исследуемых цепочках, но не привели данных об их энергии. Отсюда не ясно, какова термодинамическая устойчивость описанных цепочек. По-видимому, экспериментальных данных, подтверждающих возможность существования «нарисованных» авторами одноатомных цепочек и их ожидаемые свойства, так и не было получено.

А вот работа Ш. Гуо (плюс 25 соавторов из Китая, Сингапура, Тайваня и Германии) [27] действительно очень интересна. Но об одномерных одноатомных металлических цепочках здесь говорить можно лишь условно, поскольку эти цепочки из атомов Pt встроены в сетку из атомов Mo и S. Платина в этом соединении проявляет валентность, равную 4, а электронная конфигурация валентных электронов имеет вид $_{78}\text{Pt}: \dots 5d^9 6s^1$. Таким образом, из 10 валентных электронов в образовании химических связей задействовано только 4, а остальные могут стать свободными и участвовать в электропроводности. Но сами авторы, опираясь на эксперимент и подтверждающие его расчеты, показали, что электрический ток в таких цепочках имеет перколяционный характер, т.е. обусловлен просачиванием электронов через множественные стохастически направленные траектории. Об этом говорит «вулканообразный» вид зависимости сопротивления цепочки от ее длины, что не свойственно диффузионному и баллистическому токам. Электроны в такой квазиодномерной цепочке находятся в квантовой яме со стохастически размытыми

стенками, эффективная ширина которой может и не удовлетворять условиям перехода в состояние диэлектрика.

Заключение

Возможность ультразвуковых металлических ГНЛ с краями типа «зигзаг» переходить в состояние квантово-размерного полупроводника и даже диэлектрика позволяет создать совершенно новый класс сверхминиатюрных, быстродействующих устройств для наноэлектроники, нанофотоники и нанокомпьютинга. Работая в режиме баллистических токов при комнатной температуре, они не будут требовать охлаждения, зато будут отличаться низким энергопотреблением, возможностью легко интегрироваться в двумерные электронные схемы с большой плотностью компоновки.

Список литературы

1. Епифанов Г. И. Физика твердого тела. СПб. : Лань, 2011. 288 с.
2. Mott N. F. The basis of the electron theory of metals, with special reference to the transition metals // *Proc. Phys. Soc. Ser. A*. 1949. Vol. 62, № 7. P. 416–422. doi: 10.1088/0370-1298/62/7/303
3. Peierls R. E. Zur Theorie der elektrischen und thermischen Leitfähigkeiten von Metallen // *Ann. Phys. (Leipzig)*. 1930. № 4. S. 121–148. doi: 10.1002/andp.19303960202
4. Overhauser A. W. Spin density waves in an electron gas // *Phys. Rev.* 1962. Vol. 128. P. 1437–152. doi: 10.1103/PhysRev.128.1437
5. Anderson P. W. Absence of diffusion in certain random lattices // *Phys. Rev.* 1958. Vol. 109, № 5. P. 1492–1505. doi: 10.1103/PhysRev.109.1492
6. Abrahams E., Anderson P. W., Licciardello D. C., Ramakrishnan T. V. Scaling theory of localization: Absence of quantum diffusion in two dimensions // *Phys. Rev. Lett.* 1979. Vol. 42, № 10. P. 673–676. doi: 10.1103/PhysRevLett.42.673
7. Квон З. Д., Козлов Д. А., Ольшанецкий Е. Б., Гусев Г. М., Михайлов Н. Н., Дворецкий С. А. Топологические изоляторы на основе HgTe // *Успехи физических наук*. 2020. Т. 190, № 7. С. 673–692. doi: 10.3367/UFNr.2019.10.038669
8. Kane C. L., Mele E. J. Topological order and the quantum spin Hall effect // *Phys. Rev. Lett.* 2005. Vol. 95. P. 146802. doi: 10.1103/PhysRevLett.95.146802
9. Kane C. L., Mele E. J. Quantum spin Hall effect in graphene // *Phys. Rev. Lett.* 2005. Vol. 95. P. 146801. doi: 10.1103/PhysRevLett.95.146801
10. König M., Wiedmann S., Roth A., Buhmann H., Molenkamp L. W., Qi X.-L., Zhang S.-C. Quantum spin insulator state in HgTe quantum wells // *Science*. 2007. Vol. 318. P. 766–770. doi: 10.1126/science.1148047
11. Roth A., Brüne C., Buhmann H., Molenkamp L. W., Maciejko J., Qi X.-L., Zhang S.-C. Nonlocal transport in the quantum spin Hall state // *Science*. 2009. Vol. 325. P. 294–297. doi: 10.1126/science.1174736
12. König M., Buhmann H., Molenkamp L., Hughes T., Liu C.-X., Qi X.-L., Zhang S.-C. The quantum spin Hall effect: Theory and experiment // *J. Phys. Soc. Jpn.* 2008. Vol. 77, № 3. P. 031007. doi: 10.1143/JPSJ.77.031007
13. König M., Baenninger M., Garcia A. G. F., Harjee N., Pruitt B. L., Ames C., Leubner P., Brüne C., Buhmann H., Molenkamp L. W., Goldhaber-Gordon D. Spatially Resolved Study of Backscattering in the Quantum Spin Hall State // *Phys. Rev. X*. 2013. № 3. P. 021003. doi: 10.1103/PhysRevX.3.021003
14. Nowack K. C., Spanton E. M., Baenninger M., König M., Kitley J. R., Kalisky B., Ames S., Leuber P., Brüne C., Buhmann H., Molenkamp L. W., Goldhaber-Gordon D., Moler K. A. Image currents in HgTe quantum wells in the quantum spin Hall regime // *Nat. Mater.* 2013. № 12. P. 787–791. doi: 10.1038/nmat3682

15. Brey L., Fertig H. A. Electronic states of graphene nanoribbons studied with the Dirac equation // *Phys. Rev. B*. 2006. Vol. 73. P. 235411. doi: 10.1103/PhysRevB.73.235411
16. Чернозатонский Л. А., Сорокин П. Б. Углеродные нанотрубки: от фундаментальных исследований к нанотехнологиям. М. : Наука, 2007. С. 154–174.
17. Landauer R. Electrical resistance of disordered one-dimensional lattices // *Philosophical Magazine: A Journal of Theoretical, Experimental and Applied Physics*. 1970. Vol. 21, № 172. P. 863–867. doi: 10.1080/14786437008238472
18. Klitzing von K. The quantized Hall effect // *Rev. Mod. Phys.* 1986. Vol. 21, № 3. P. 519–531. doi: 10.1103/RevModPhys.58.519
19. Браже П. А., Фуфаев И. В. Размерное квантование кинетических коэффициентов, описывающих явления переноса в графеноподобных нанолентах // *Физическое образование в вузах*. 2021. Т. 27, № 2. С. 90–97.
20. Fang T., Konar A., Xing H., Jena D. Carrier statistics and quantum capacitance of graphene sheets and ribbons // *Appl. Phys. Lett.* 2007. Vol. 91, № 9. P. 092109. doi: 10.1063/1.2776887
21. Novoselov K. S., Geim A. K., Morozov S. V., Jiang D., Zhang Y., Dubonos S. V., Grigorieva I. V., Firsov A. A. Electric field effect in atomically thin carbon films // *Science*. 2004. Vol. 306, № 5696. P. 666–669. doi: 10.1126/science.11022896
22. Wang X., Quyang Y., Li X., Wang H., Guo J. Room-temperature all-semiconducting sub-10-nm graphene nanoribbon field-effect-transistors // *Phys. Rev. Lett.* 2008. Vol. 100. P. 206803. doi: 10.1103/PhysRevLett.100.206803
23. Li X., Wang X., Zhang L., Lee S., Dai H. Chemistry derived, ultrasmooth graphene nanoribbon semiconductors // *Science*. 2008. Vol. 319. P. 1229–1232. doi: 10.1126/science.1150878
24. Schmidt K., Springborg M. One-dimensional chains of metal atoms // *Solid State Communications*. 1997. Vol. 104. P. 413–417. doi: 10.1016/S0038-1098(97)00345-1
25. Springborg M., Sarkar P. Structural and electronic properties of thin chains of Ag // *Phys. Rev. B*. 2003. Vol. 68. P. 045430. doi: 10.1103/PhysRevB.68.045430
26. Asaduzzaman Abu Md., Springborg M. Structural and electronic properties of Au, Pt, and their bimetallic nanowires // *Phys. Rev. B*. 2005. Vol. 72. P. 165422. doi: 10.1103/PhysRevB.72.165422
27. Guo S., Fu J., Zhang P., Zhu C., Yao H., Xu M., An B., Wang X., Tang B., Deng Y., Salim T., Du H., Dunin-Borkowski R. E., Xu M., Zhou W., Tay B. K., Zhu C., He Y., Hofmann M., Hsieh Y.-P., Guo W., Ng M., Jia C., Zhang Z., He Y., Liu Z. Direct growth of single-metal-atom chains // *Nature Synthesis*. 2022. Vol. 1. P. 245–253. doi: 10.1038/s44160-022-00038-z

References

1. Epifanov G.I. *Fizika tverdogo tela = Solid state physics*. Saint Petersburg: Lan', 2011:288. (In Russ.)
2. Mott N.F. The basis of the electron theory of metals, with special reference to the transition metals. *Proc. Phys. Soc. Ser. A*. 1949;62(7):416–422. doi: 10.1088/0370-1298/62/7/303
3. Peierls R.E. Zur Theorie der elektrischen und thermischen Leitfähigkeit von Metallen. *Ann. Phys. (Leipzig)*. 1930;(4):121–148. doi: 10.1002/andp.19303960202
4. Overhauser A.W. Spin density waves in an electron gas. *Phys. Rev.* 1962;128:1437–152. doi: 10.1103/PhysRev.128.1437
5. Anderson P.W. Absence of diffusion in certain random lattices. *Phys. Rev.* 1958;109(5):1492–1505. doi: 10.1103/PhysRev.109.1492
6. Abrahams E., Anderson P.W., Licciardello D.C., Ramakrishnan T.V. Scaling theory of localization: Absence of quantum diffusion in two dimensions. *Phys. Rev. Lett.* 1979;42(10):673–676. doi: 10.1103/PhysRevLett.42.673
7. Kvon Z.D., Kozlov D.A., Ol'shanetskiy E.B., Gusev G.M., Mikhaylov N.N., Dvoret'skiy S.A. Topological insulators based on HgTe. *Uspekhi fizicheskikh nauk = Advances*

- in the physical sciences.* 1920;190(7):673–692. (In Russ.). doi: 10.3367/UFNr.2019.10.038669
8. Kane C.L., Mele E.J. Topological order and the quantum spin Hall effect. *Phys. Rev. Lett.* 2005;95:146802. doi: 10.1103/PhysRevLett95.146802
 9. Kane C.L., Mele E.J. Quantum spin Hall effect in graphene. *Phys. Rev. Lett.* 2005; 95:146801. doi: 10.1103/PhysRevLett95.146801
 10. König M., Wiedmann S., Roth A., Buhmann H., Molenkamp L.W., Qi X.-L., Zhang S.-C. Quantum spin insulator state in HgTe quantum wells. *Science.* 2007;318: 766–770. doi: 10.1126/science.1148047
 11. Roth A., Brüne C., Buhmann H., Molenkamp L.W., Maciejko J., Qi L. X.-L., Zhang S.-C. Nonlocal transport in the quantum spin Hall state. *Science.* 2009;325:294–297. doi: 10.1126/science.1174736
 12. König M., Buhmann H., Molenkamp L., Hughes T., Liu C.-X., Qi X.-L., Zhang S.-C. The quantum spin Hall effect: Theory and experiment. *J. Phys. Soc. Jpn.* 2008;77(3):031007. doi: 10.1143/JPSJ.77.031007
 13. König M., Baenninger M., Garcia A.G.F., Harjee N., Pruitt B.L., Ames C., Leubner P., Brüne C., Buhmann H., Molenkamp L.W., Goldhaber-Gordon D. Spatially Resolved Study of Backscattering in the Quantum Spin Hall State. *Phys. Rev. X.* 2013;(3):021003. doi: 10.1103/PhysRevX.3.021003
 14. Nowack K.C., Spanton E.M., Baenninger M., König M., Kitley J.R., Kalisky B., Ames S., Leuber P., Brüne C., Buhmann H., Molenkamp L.W., Goldhaber-Gordon D., Moler K.A. Image currents in HgTe quantum wells in the quantum spin Hall regime. *Nat. Mater.* 2013;(12):787–791. doi: 10.1038/nmat3682
 15. Brey L., Fertig H.A. Electronic states of graphene nanoribbons studied with the Dirac equation. *Phys. Rev. B.* 2006;73:235411. doi: 10.1103/PhysRevB.73.235411
 16. Chernozatonskiy L.A., Sorokin P.B. *Uglerodnye nanotrubki: ot fundamental'nykh issledovaniy k nanotekhnologiyam = Carbon nanotubes: from basic research to nanotechnology.* Moscow: Nauka, 2007:154–174. (In Russ.)
 17. Landauer R. Electrical resistance of disordered one-dimensional lattices. *Philosophical Magazine: A Journal of Theoretical, Experimental and Applied Physics.* 1970;21(172):863–867. doi: 10.1080/14786437008238472
 18. Klitzing von K. The quantized Hall effect. *Rev. Mod. Phys.* 1986;21(3): 519–531. doi: 10.1103/RevModPhys.58.519
 19. Brazhe R.A., Fufaev I.V. Size quantization of kinetic coefficients describing transport phenomena in graphene-like nanoribbons. *Fizicheskoe obrazovanie v vuzakh = Physical education in universities.* 2021;27(2):90–97. (In Russ.)
 20. Fang T., Konar A., Xing H., Jena D. Carrier statistics and quantum capacitance of graphene sheets and ribbons. *Appl. Phys. Lett.* 2007;91(9):092109. doi: 10.1063/1.2776887
 21. Novoselov K.S., Geim A.K., Morozov S.V., Jiang D., Zhang Y., Dubonos S.V., Grigorieva I.V., Firsov A.A. Electric field effect in atomically thin carbon films. *Science.* 2004;306(5696):666–669. doi: 10.1126/science.11022896
 22. Wang X., Quyang Y., Li X., Wang H., Guo J. Room-temperature all-semiconducting sub-10-nm graphene nanoribbon field-effect-transistors. *Phys. Rev. Lett.* 2008;100:206803. doi: 10.1103/PhysRevLett.100.206803
 23. Li X., Wang X., Zhang L., Lee S., Dai H. Chemistry derived, ultrasmooth graphene nanoribbon semiconductors. *Science.* 2008;319:1229–1232. doi: 10.1126/science.1150878
 24. Schmidt K., Springborg M. One-dimensional chains of metal atoms. *Solid State Communications.* 1997;104:413–417. doi: 10.1016/S0038-1098(97)00345-1
 25. Springborg M., Sarkar P. Structural and electronic properties of thin chains of Ag. *Phys. Rev. B.* 2003;68:045430. doi: 10.1103/PhysRevB.68.045430
 26. Asaduzzaman Abu Md., Springborg M. Structural and electronic properties of Au, Pt, and their bimetallic nanowires. *Phys. Rev. B.* 2005;72:165422. doi: 10.1103/PhysRevB.72.165422

27. Guo S., Fu J., Zhang P., Zhu C., Yao H., Xu M., An B., Wang X., Tang B., Deng Y., Salim T., Du H., Dunin-Borkowski R.E., Xu M., Zhou W., Tay B.K., Zhu C., He Y., Hofmann M., Hsieh Y.-P., Guo W., Ng M., Jia C., Zhang Z., He Y., Liu Z. Direct growth of single-metal-atom chains. *Nature Synthesis*. 2022;1:245–253. doi: 10.1038/s44160-022-00038-z

Информация об авторах / Information about the authors

Рудольф Александрович Бразе

доктор физико-математических наук,
профессор, заведующий кафедрой
физики, Ульяновский государственный
технический университет (Россия,
г. Ульяновск, ул. Северный Венец, 32)

E-mail: brazhe@ulstu.ru

Rudol'f A. Brazhe

Doctor of physical and mathematical
sciences, professor, head of the sub-
department of physics, Ulyanovsk State
Technical University (32 Severniy Venets,
Ulyanovsk, Russia)

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов / The author declares no conflicts of interests.

Поступила в редакцию / Received 15.02.2023

Поступила после рецензирования и доработки / Revised 25.03.2023

Принята к публикации / Accepted 14.04.2023